القيمة المعرفية لمبرهنة الجيوب في التراث العلمي العربي

د. محمد يوسف الحجيري

شبكة الألوكة
www.alukah.net

القيمة المعرفية لمبرهنة الجيوب في التراث العلمي العربي

د. محمد يوسف الحجيري

المؤتمر الثلاثون لتاريخ العلوم العربية، ٥-٧ كانون الأوّل ٢٠١٠
معهد التراث العلمي العربي – حلب.

حَوْلَ القيمَةِ المَعْرِفِيَّةِ الرياضِيَّةِ المُتَأَتِّيَةِ من اسْتِنْباطِ مُبَرْهَنَةِ الجُيوبِ في التُراثِ العِلْمِيِّ العَرَبيّ

محمّد يوسف الحجيريّ
(فريق الدراسة والبحث في التراث العلميّ العَرَبِيّ؛ الجامعة اللُبنانيّة والمجلس الوطنيّ للبُحوث العلميّة–لبنان)
لبنان – طرابلُس، القبّة، شارع الأرز، كليّة الهَنْدَسَة
houjairi@hotmail.com

١– ظاهِرَةُ الانْشِطارِ كآلِيَّةٍ لتكَوُّنِ النظَرِيَّاتِ الرياضِيَّةِ

غالِباً ما تَنْطَوي آلِيَّةُ تَكَوُّنِ النَظَرِيّاتِ الرياضِيَّةِ الجَديدَة (إن يَكُن على المُسْتَوى الحَدْسِيِّ التَجْريبِيِّ أو على المُسْتَوى النَظَرِيِّ) على عَمَلِيَّاتٍ انشِطارِيَّةٍ نَوْعِيَّةٍ تَحْدُثُ في صُلْبِ النَظَرِيّاتِ القَديمَة. وَعَلَى الرّغْمِ مِنَ التَوافُقِ والانْسِجامِ الأكيدَيْنِ لِتِلْكَ الآلِيَّةِ الأنطولوجِيَّة "التَكَوُّنِيَّة" مع المبادِئِ المَعْرِفِيَّةِ العامَّةِ (أيْ مبادِئ الحَتْمِيَّةِ والسَبَبِيَّةِ والضَرورةِ وغَيْرِها)، فمِن جهَةٍ أُولَى، يَعودُ السَبَبُ المُباشِرُ الكامِنُ وَراءَ تِلْكَ العَمَلِيّاتِ الانشِطارِيَّةِ إلى تَراكُمٍ في المَعْلوماتِ والمَسائِلِ المَطْروحةِ، وإلى تَناقُضاتٍ داخِلِيَّةٍ بين خَواصّ الكائناتِ الرِياضِيَّةِ المُسْتَجِدَّةِ على التَحْليلِ والتَمْحيصِ، كما يَعودُ ذلك من جهَةٍ أُخرى، إلى مَحْدودِيَّةِ وقُصورِ اللُّغَةِ والمَقولاتِ القَديمَةِ المُسْتَخْدَمَةِ في هذا المضمارِ. وبالضَبْط هذا ما نَجِدُنا نَتَلَمَّسُهُ عِنْدَ تحليلِنا لتاريخِ الرِياضِيّاتِ عُموماً وَمِنْها الكُرَوِيّاتُ في الحِقْبَةِ العَرَبِيَّة.

٢- لَمْحَةٌ عن تاريخٍ مُمَهِّدٍ لتَبَلْوُرِ المَفْهومِ ولاسْتِنْباطِ مُبَرْهَنَةِ الجُيوب

أدّت البُحوثُ الفَلَكِيَّةُ والجغرافِيَّةُ الرياضِيَّةُ الحَثِيثَةُ الّتي قام بها علماءُ الحِقْبَةِ العَرَبِيَّةِ ما بين القَرْنَيْنِ التاسِعِ والحادي عشر إلى تَطَوُّرٍ قَلَّ نَظيرُهُ في التاريخ. لقد راكَمَ هؤلاء العُلماءُ المُعْطَياتِ والمَعْلوماتِ والمَسائلَ والطَرائقَ المُخْتَلِفَةَ في عِلْمِ الأُكَرِ. وارتَكَزَت بُحوثُهم في البَدءِ على مُبَرْهَناتٍ وتِقَنيّاتٍ كُرَوِيَّةٍ أفْضَت باستِمرارٍ إلى مُبَرْهَنَةِ مانالاوس (الشَكْل القطّاع)[1]، الّتي كان لا مَفَرَّ لِلهَنْدَسِيِّين والفَلَكِيِّين آنذاك من تطبيقِها المُتَكَرِّرِ على قِسِيٍّ دَوائرَ عُظْمَى في البَسيطِ الكُرِيِّ، وذلك عَبْرَ استخدامِ أبْنِيَةٍ هَنْدَسِيَّةٍ تركيبِيَّةٍ إضافِيَّةٍ كانت تُثْقِلُ البَراهينَ وطَرائقَ الاستِدلالِ الهَنْدَسِيّ.

ولقد استَنَدَ رياضِيّو تِلْكَ الحِقْبَةِ إلى كِتابِ مانالاوس في الأُكَرِ كمُؤلَّفٍ يَدْرُسُ الأشكالَ الهَنْدَسِيَّةَ على بسيط الكُرَة. ولكنّهم أفْلَحوا بأن طَوَّروا ودَفَعوا هذا العِلْمَ بعيداً. نَجدُ لَدَى أولئك الرياضِيِّين العَديدَ من المؤلَّفاتِ حَوْلَ مُبَرْهَنَةِ مانالاوس وأشكالِ كتابِهِ المُختَلِفَة، فقد كَتَبَ عن ذلك ابنُ قُرَّة، والسِجْزِيُّ، وابنُ عراق، والهَرَوِيُّ، والخُجَنديُّ وأبو الوفاء والبيرونيُّ وابنُ هود والطوسيُّ والمغربيُّ وغيرُهم.

[1] انْظُرْ كُرَوِيّات مانالاوس-ابن عراق، ص. ٦٢-٦٤ (من النصّ العربيّ):
Die Sphärik von Menelaos aus Alexandrien in der verbesserung von Abū Naṣr Manṣūr B. 'Alī B. 'Irāq von Max Krause, Islamic Mathematics and Astronomy, vol. 37, Frankfurt, 1998.
"الشَكل الأوّل،
قوسا جـ هـ ب د تلتقيان على نقطة ا وأُخرج من نقطَتَي جـ ب قوسا جـ د ب هـ متقاطعتين على نقطة ز وكلّ واحدةٍ من القسيّ الأربع من محيط دائرة عظيمة في الكرة وكلّ واحدةٍ منها أصغر من نصف المحيط، فأقول إنّ نسبة جيب جـ هـ إلى جيب هـ ا مؤلّفةٌ من نسبة جيب قوس جـ ز إلى جيب قوس ز د <ومن نسبة جيب قوس ب د إلى جيب قوس ب ا>".

ولقد كان تيودوثيوس الطرابُلسيّ قد وَضَعَ في القرنِ الأوّلِ قبل الميلاد كتاباً في الهَنْدَسَةِ الأوّليَّةِ للكُرَة[2] وهو على غِرارِ *أصول*[3] أقليدس يَجْمَعُ المعارفَ السابقَةَ ذات الصِلَةِ بالكُرَةِ والّتي — وَفْقَ ما يُعْتَقَدُ – قد عُرِفَ الجُزْءُ الأكبرُ منها قَبْلَ وَضْعِ الكتابِ بزمنٍ بعيد. وتجدُرُ الإشارةُ هنا إلى أنّ كتابَ تيودوثيوس يَرْتَكِزُ في غالِبيَّةِ براهينهِ (ذات السِمَةِ التَرْكيبيَّةِ) على مُبَرْهَنات[4] *أصول* أقليدس. وبعد تيودوثيوس بأقلّ من قَرْنٍ، أي في أواسِطِ القَرْنِ الأوّل بعد الميلاد وارتكازاً على كتابِ تيودوثيوس، وَضَعَ مانالاوس كتابَه في الأُكَرِ وكانت هَنْدَسَةُ مانالاوس تِلْكَ أوّلَ هَنْدَسَةٍ لاإقليديَّةٍ مَعْروفةٍ في التاريخ (إذ مَثَّلَت الخُطوات الأُولى نحو هَنْدَسَةِ ريمان الإهْليليجيَّة ذات الإنحناء الإيجابيّ الثابت).

لقد حُفِظَت النُسخةُ اليونانيّةُ من كتابِ تيودوثيوس في حين فُقِدت النُسخةُ اليونانيَّة من كتابِ مانالاوس. ولِحُسنِ الحَظّ، فإنّ التَرْجَمَةَ العَرَبيَّةَ للكتابِ قد وَصَلَت إلينا سليمَةً، وذلك في تَحْريرِ هَنْدَسِيِّي الحِقْبَةِ العَرَبيَّة من أمثالِ ابنِ عراق والهَرَويّ وغيرِهم. وتجدرُ الإشارةُ هنا إلى أنّ بابوس الإسكندرانيّ (القرن الرابع الميلاديّ) قد تناولَ في مَجْموعتِهِ الرِياضِيَّةِ[5] بعضَ

[2] انْظُرْ:

Les Sphériques de Théodose de Tripoli (107-43 avant J.-C.) (trad. Paul Ver Eecke [Paris, 1959]).

[3] انْظُرْ:

Traduction française dans le livre « *Les œuvres d'Euclide* », F. Peyrard, Paris 1993.

[4] انْظُرْ:

Al-Houjairi M., *L'Encyclopédie d'Ibn Hūd*, thèse doctorale (Univ. Paris 7, 2005), vol. I (Chapitre 1)

[5] انْظُرْ:

Pappus d'Alexandrie, *La Collection Mathématique*. Traduit par P. Ver Eecke, Paris 1982)

المسائلِ المطروحةِ في أُكَرِ تيودوثيوس ومانالاوس. ولكنّ دراستَهُ المَحْدودةَ تلك لم تَكُنْ مَعْروفَةً لَدَى الهَنْدَسِيّين العَرَبِ وَفْقَ ما يُجمِعُ عَلَيهِ مؤرِّخو الرياضـيّات الّتي كُتِبَت باللُّغةِ العَرَبيّة.

٣- القيمَةُ المَعْرِفِيَّةُ الرياضِيَّةُ في اسْتِنْباط مُبَرْهَنَةِ الجيوب

يُعَرِّفُ مانالاوس في كتابه في الأُكَرِ الزاويةَ والمُثَلَّثَ الكُرَوِيَّيْن، بَيْـدَ أنّ مُبَرْهَنَتَه الأساسيَّةَ (المُسَمّاة الشَكْل القطّاع) لا تتناولُ بِشَكْلٍ مُباشِـر المثلّـث الكُرَوِيَّ، إنّما تَتَعَلّقُ برُباعيٍّ أضلاع. واستِناداً إلى المُعطيات المَعْرِفِيَّةِ الراهِنَةِ، من البَديهِيِّ القَوْلُ إنّه ما كانَ لِرُباعِيِّ الأضلاعِ أن يُمَثِّلَ "الوَحْدَةَ البُنْيَوِيَّةَ" الفُضْلى في الاسْتِدلالِ الهَنْدَسِيِّ على بسيطِ الكُرَةِ، فالدَورُ المُلائمُ الأنسَبُ كانَ يَنْبَغي أن يَلْعَبَهُ المثلّثُ الكُرَويُّ، لِكَوْنه الشَكْلَ الجُزْئِيَّ البُنْيَوِيَّ الأبسطَ، فرُباعيُّ الأضلاعِ يَنْقَسِمُ مثلاً إلى مُثَلَّثَيْنِ اثنين. وهذا التَفاوُتُ البَيِّنُ الّذي يَكْتَسِبُ بِجَوْهَرِهِ أبعاداً فَلْسَفِيّةً ومَعرِفِيَّةً تَتَعَدّى المَضْمونَ الرياضِيَّ لَتطالَ الخواصَ البُنْيَوِيّـةَ للكائنـات الهندسيّة، قد صَحَّحَتهُ بالفِعْلِ البُحوثُ الحَثيثَةُ والنَتائجُ المُهِمَّةُ الّـتي تَعـودُ إلى هَنْدَسِيِّي التَقليدِ العِلْمِيِّ العَرَبِيّ. ولربّما كان لهذا التَصْحيحِ أثرٌ أو صورةٌ أو أصلٌ ما لَدَى فلاسِفَةِ ذلك العَصْرِ من المُهتمّين بالرياضيّات. وبالطبعِ، هـذا سـؤالٌ مَطروحٌ ينتظرُ الردَّ عليه من خلال بُحوثِ مُؤرّخي الفلسَفَةِ العَرَبِيَّةِ آنذاك. لقد أفْضَت إذاً الطرائقُ الّتي ابتكَرَها رِياضِيّو وفَلَكِيّو الحِقْبَةِ العَرَبِيَّـةِ، في مَعْـرِضِ حِساباتِهم للقِسيِّ المجهولةِ على بسيطِ الكُرَةِ، فضلاً عمّا راكموه من معلوماتٍ في هذا المجالِ، إلى عَمَلِيَّةٍ انشطاريّةٍ نوعِيَّةٍ تَمَثَّلَت نتيجتُها بظهورِ علمٍ جديدٍ ألا

وهو عِلْمُ المُثَلَّثات، الّذي يَرْتَكِزُ بِمَضمونه على مُبَرْهَنَةِ الجيوب (الشَكْل المُغْني)[٦] وعلى المُثَلَّث الكُرَوِيِّ "كَوَحْدَةٍ بنيَوِيَّةٍ" للاستدلال الهَنْدَسِيِّ على البسيطِ الكُرِيِّ. ونحن نعلمُ اليومَ أنّ الهَنْدَسَةَ اللاإقليديَّةَ ذات الانحناءِ السلْبيِّ الثابتِ قد اكتُشِفَت نتيجةَ أبحاثٍ مُسْتَقِلَّةٍ لثلاثةِ عُلَماء وهم لوباتشيفسكي وبولاي وغاوس، والمُلْفِتُ أنّ الأمرَ نفسَهُ قد حَدَثَ عِنْدَ اكتشافِ مُبَرْهَنَةِ الجيوبِ في أبحاثِ أبي نصرٍ بنِ عراق وأبي محمود الخُجَنْدِيّ وأبي الوفاء البوزجانيّ.

تَخَطَّى عُلَماءُ الحِقْبَةِ العَرَبِيَّةِ إذاً مُبَرْهَنَةَ مانالاوس، فاكتَشَفوا قاعِدَةَ الجيوب الّتي سُمِّيَت آنذاك "الشَكْل المُغْنيّ". وعلى طريقِهم نحو اكتِشافِ هذه القاعدَةِ، استَخْدَموا تِقَنِيّةَ المُثَلّثِ القُطْبِيِّ الّذي مَثَّلَ استِخْدامُه في براهينهم أهَمِيَّةً قُصْوَى، نَظَراً لارتباطِهِ المباشِرِ بأكثَر المبادئ رسوخاً في الاستِدلالاتِ العِلميَّةِ اللاّحِقة، ألا وهو مبدأ الثنائِيّة.

لقد شَكَّلَ اكتشافُ مُبَرْهَنَةِ الجيوبِ حَجَرَ الزاوِيَةِ في بَلْوَرَةِ عِلْمِ الهَنْدَسَةِ الكُرَوِيَّةِ وعِلْمِ المُثَلَّثاتِ كنَظَرِيّتَيْنِ رياضِيَّتَيْنِ مُلائِمَتَيْنِ يُقارِبُ مُسْتواهُما المَعْرِفِيُّ "المُسْتَوَى النَظَرِيَّ" المُتَقَدِّم. كما مَهَّدَ هذا الاكتشافُ إلى انشطارٍ لاحِقٍ مُكتَمِلٍ عن الهَنْدَسَةِ الإقليدِيّة. وتتمَحورُ القيمةُ المَعْرِفِيَّةُ الرياضِيَّةُ المُتَرَتِّبَةُ على هذا الاكتشافِ حول النقاطِ الاساسِيّةِ التالية:

[٦] انْظُرْ ما يُورِدُه البيرونيُّ بصَدَدِ ذلك، مَثَلاً، في كتابِ ديبارنو (ص. ١١١):
Marie-Thérèse Debarnot, dans *Al-Bīrūnī, Kitāb Maqālīd 'Ilm Al-Hay'a.* Institut Français de Damas. Damas, 1985.
"طريق أبي نصر في الشَكْلِ المُغني من رسالته إليّ: نسبة ُجيوب الأضلاع في المثلّث الكائن من قِسيٍّ عظامٍ على سطح الكرة، بعضُها إلى بعض، على نسبة جيوب الزوايا التي تقابلُها، بعضُها إلى بعض، النظيرُ إلى النظير..."

١- تُوَفِّرُ مُبَرْهَنَةُ الجيوبِ إمكانيّـةَ الاسْـتِنْباطِ الجَـوْهَرِيِّ (intrinsèque) في استدلالاتِنا حول ما نُصادِفُه من مسائلَ على بسيطِ الكُرَةِ، وذلك دون العَوْدِ إلى هَنْدَسَةِ الفَضاءِ الخارجيِّ إي إلى هَنْدَسَةِ إقليدس. كما أنّها تُعَبِّرُ عن اللامُتَغَيِّـرِ الأكثر شُموليَّةً وعُمْقاً في البُنْيَةِ الهَنْدَسِيَّةِ للبسيطِ الكُرِيّ.

٢- تُغْني هذه المُبَرْهَنَةُ عن استخدامِ الوسائلِ التَرْكيبيَّةِ والأبْنِيَةِ المُضافَةِ الّتي كان لا مَفَرَّ منها عِنْدَ استخدامِ مُبَرْهَنَةِ منالاوس في الاستدلال.

٣- تُلائم هذه المُبَرْهَنَةُ الكائناتِ الهَنْدَسِيّةَ الكُرَوِيَّةَ لأنّها تتّخذُ المثلّثاتِ كَوَحْدَةٍ مُكوِّنةٍ، وذلك خلافاً لمُبَرْهَنَة مانالاوس الّتي تتبنّى رباعيَّ الأضـلاع التـامَّ في العمليّات الهَنْدَسِيّة. وغالباً ما يُمَكِّنُنا هذا التَلاؤمُ عَبْرَ تَطْبيقِ مُبَرْهَنَةِ الجُيوبِ من تَحديدِ الكائنِ الكُرَوِيِّ بمُقارَبَةٍ يكون استِثْناؤها تَقايُساً.

٤- تَعْكِسُ هذه المُبَرْهَنَةُ بِجَوْهَرِها قانوناً طبيعيّا، وليس رِياضِيّاً فحسب، وهـو قانون الثُنائيَّةِ بين الكائناتِ الرياضِيَّة.

٥- تَفْتَحُ هذه المُبَرْهَنَةُ الدَرْبَ واسِعاً أمامَ تَطْبيقِ الطُرُق التَحْليلِيَّةِ لِلاّمُتناهِيَـةِ في الصِغَرِ وذلك نَظَراً لِتَوْفيرِها إمكانيّةَ مُقارَبَةِ الأشكالِ المُنْحَنِيَةِ الإحاطَةِ اللاّمُتَناهِيَةِ في الصِغَرِ بواسِطَةِ أشكالٍ مُسْتَقيمَةِ الإحاطَةِ، وهذا ما نَجِدُه بالفِعْلِ عِنْدَ ابـنِ الهيثم في مَعْرِضِ حِساباتِهِ التَحْليلِيَّةِ لِلحُجومِ والمِساحات.

٤- أمثِلَةٌ وشُروحٌ لِمَقاطِعَ مَخْطوطِيَّة

وبِهَدَفِ إقامَةِ الدليلِ المَلْموسِ على ما ذُكِرَ، سَوْفَ نَتَناوَلُ بـالتَحْقيقِ والشَرْحِ، فيما يلي، جُمْلَةً من مَقاطِعَ مَخْطوطِيَّةٍ تعودُ إلى ابنِ عراق وابنِ هود[٧].

[٧] انْظُرْ مَخْطوطَةَ كوبنهاغن، شَرْقِيّ ٨٢.

كما أنّنا سَنَعْتَمِدُ البُرْهانَ "الظريف" الذي يُورِدُه ابنُ هود "للشَكْلِ القطّـــاع". والبُرْهانُ المَذْكورُ والوارِدُ في "الشَكْلَيْنِ" اللاّحِقَيْنِ يَخْتَلِفُ عن بُرْهانِ مانالاوس وقد أثْبَتْنا أنّ ابنَ هود قد اقْتَبَسَه بِطَريقَةٍ ما عن ثابتٍ بنِ قُرَّة[8].

[8] سَنَعْتَمِدُ في الشَرْحِ الرياضيِّ الرموزَ التاليةَ: drt (زاوِيَة قائمة)؛ angle(A) (الزاوِيَـــة A)؛ extr(A) (الزاوِيَة الخارجة من الرأس A)؛ arc(AB) (القوس AB)؛ arc(C) (محيط الدائرة C)؛ cercle(AB) (الدائرة المَبْنِيَّة على القـــوسِ AB)؛ crd(AB) (الـــوتر AB)؛ sgm(AB) (القطعة المستقيمة AB)؛ hom(AB) (نظير القوس AB)؛ long(*a*) (طول القوس أو القطعة *a*)؛ hem(A) (نصفُ الكُرَةِ الّتي رأسُها في النُقطَةِ A)؛ plan(C) (السطح المُستوي للـــدائرة C)؛ نُشير بالرمز (⊥) إلى علاقةِ التَعامدِ. نستعمل المزدوجين < > في النصّ العربيّ لفصلِ ما أضيف بُغيةَ سَدِّ ثغرةٍ ما في النصِّ المخطوطيّ. نستعمل المزدوجين [ ] في النصِّ العربيّ لفصل ما ينبغي حذفُه من النصّ المخطوطيّ ليُصبحَ المعنى سَوِيّاً. نستعملُ الرمزَ (/) للدَلالَةِ علـــى نهايةِ الصفحةِ المخطوطيّة. والجدير بالذكر أنّنا قد أضَفْنا رسوماً هندســـيّةً بُغيـــةَ تـــسهيل الاستيعاب.

لقد رقّمنا قضايا كُرَوِيّات *الاستكمال* الواردةِ هنا وَفْقَ الترقيمِ المُعْتَمَدِ في أطروحتنا [انْظُرْ: Al-Houjairi M., *L'Encyclopédie d'Ibn Hūd*, thèse doctorale (Univ. Paris 7, 2005)].

وسَوْفَ نُشيرُ في ما يلي باختصارٍ إلى هذا المَرْجِعِ بِـ"*موسوعة* ابن هود".

إضافةً إلى مخطوطة "كوبنهاغن، شَرْقي ٨٢، سَوْفَ نعودُ تكراراً إلى الكتابَيْن التالِيَيْن:

1) *Les Œuvres d'Euclide*, trad. F. Peyrard, Paris, 1993.

(سَوْفَ نختصرُ تَسْمِيَةَ هذا الكتاب بِـ*أصول* إقليدس)

2) *Die Sphärik von Menelaos aus Alexandrien in der verbesserung von Abū Naṣr Manṣūr B. 'Alī B. 'Irāq von Max Krause*, Islamic Mathematics and Astronomy, vol. 37, Frankfurt, 1998.

(سَوْفَ نختصرُ تَسْمِيَةَ هذا الكتاب بِـ*كرويّات* مانالاوس–ابن عراق). لقد اعتمدنا في هذا الكتاب الترقيمَ الواردَ في النصّ المخطوطيّ العربيّ.

طَ - <شكل رقم ٣٤>

كلّ دائرتين من الدوائر العظام التي تقع في بسيط الكرة، تُفصل من إحداهما قوسان أقلّ من نصفي دائرة ممّا يلي إحدى نقطَتَي تقاطعهما، ويُخرج من طرفَي القوسين عمودان على سطح الدائرة الأُخرى؛ فإنّ نسبة وتر ضعف أحد القوسين إلى وتر ضعف القوس الأُخرى منهما كنسبة العمود الخارج من طرفها إلى العمود الخارج من طرف القوس الأُخرى، كانت القوسان جميعاً في جهةٍ واحدةٍ أو في جهتين مختلفتين؛ مثال ذلك دائرتا ا ب جـ د ا هـ جـ وهما من الدوائر العظـــام التي في بســـيط الكرة / وقد تقاطعتا على نقطتي ا جـ وفُصل 83-و
من دائرة ا جـ هـ و قوسان كلٌّ واحدةٍ[1] منهما أقلّ من نصف دائرة، وهما ا هـ ا ز. وأُخرج من هـ ز عمودان على سطح دائرة ا ب جـ د؛ فأقول إنّ نسبة وتر ضعف قوس ا هـ إلى وتر ضعف قوس ا ز كنسبة العمود الذي أُخرج من نقطة هـ إلى العمود الذي أُخرج من نقطة ز؛

برهان ذلك: أنّ الفصل المشترك لدائرتَي ا ب جـ د ا هـ جـ و هما قطراهما، فليكن قطر ا جـ، ونُخرج من نقطتَي هـ ز عمودين على ا جـ وهما هـ ح ز ط؛ فإن كانا عمودين على سطح دائرة ا ب جـ فقد تبيّن ما أردنا، لأنّهما جيبا قوسي ا هـ ا ز؛ وإن لم يكونا كذلك، فإنّا نُخرج من نقطتي هـ ز عمودين على سطح دائرة ا ب جـ د وهما هـ ك ز ل، فيكونا متوازيين؛ ونُخرج أيضا خطّي ل ط، ك ح. وخطّا هـ ح ز ط أيضا متوازيان؛ وإن وازى خطّان يحيطان بزاوية خطّين آخرين يحيطان بزاوية أُخرى، فإنّ الزاويتين متساويتان[2]؛ فزاوية ح هـ ك مساوية لزاوية ط ز ل. وزاويتا هـ ك ح ز ل ط قائمتان؛ فمثلّثا هـ ح ك ز ط ل متشابهان؛ فنسبة هـ ح إلى ز ط كنسبة هـ ك إلى ز ل، ولكنّ نسبة هـ ح إلى ز ط كنسبة وتر ضعف قوس ا هـ إلى وتر ضعف قوس ا ز، لأنّهما جيباهما؛ فنسبة وتر ضعف قوس ا هـ إلى وتر ضعف قوس ا ز كنسبة عمود هـ ك، إلى عمود ز ل؛ وكذلك نبيّن كما قلنا، لو أنّ إحدى[3] قوسَي ا هـ ا ز من جهة ا و؛ وذلك ما أردنا ان نبيّن.

[1] واحدة: واحد؛
[2] هذا الحكم غير دقيق، فقد يكون، مثلاً، مجموع الزاويتين مساوياً لقائمتين؛
[3] أحد: أضافها الناسخ على الهامش، بعد أن ضرب بالقلم فوق كلمة نسبة؛

الشَرْح الرِياضِيّ

الفَصْلُ التاسع

القَضِيَّة ٣٤

لِتَكُنْ (C_1) وَ (C_2) دائِرَتَيْن عَظيمَتَيْن على الكُـرَة حَيْـثُ يَتَقـاطَعُ مُحيطاهُما $arc(C_1)$ وَ $arc(C_2)$ على النُقْطَتَيْن A وَ C. إذا كانَـت E وَ G نُقْطَتَيْن مُخْتَلِفَتَيْن عن A وَ C واقِعَتَيْن على $arc(C_1)$ وإذا كانَت النُقْطَتان K وَ L مُسْقَطَيْهما العَمودِيَّيْن على سَطْحِ دائِرَةِ (C_2) ، تَتَحَقَّقُ عِنْدَئذٍ العلاقَةُ التالية

$$\frac{crd(2arc(AE))}{crd(2arc(AG))}=\frac{sgm(EK)}{sgm(GL)} \quad (1).$$

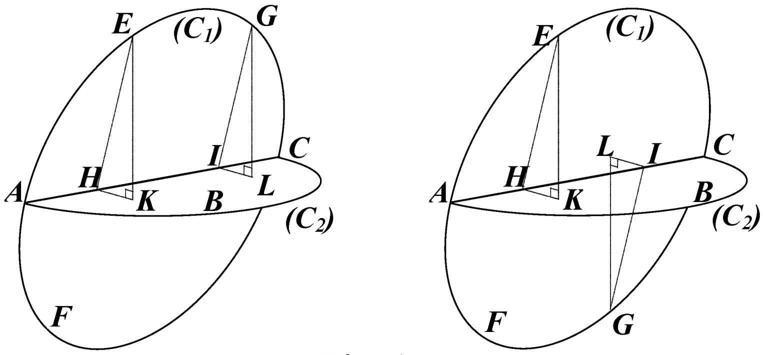

Fig. 1

(a) (b)

البُرْهان:

تَتَقاطَعُ الدائِرَتان العَظيمتان (C_1) وَ (C_2) تِبْعاً لقُطْرِهما المُشْتَرَكِ AC (انْظُـرِ الشَكْلَ ١). لِنَرْمُزْ بِـ H وَ I على التَرْتيبِ إلى مَسْقَطَي العَمودَيْن المُخْرَجَيْن مـن النُقْطَتَيْن E وَ G على المستقيمِ AC . إذا تَعامَدَ سَطْحا الدائِرَتَيْن (C_1) وَ (C_2)

تَنْطَبِقُ على التَوالي النُقْطَتان H وَ I مع النُقْطَتَيْن[9] K وَ L وتَكون العلاقَــةُ (1) مُحقّقةً لأنّ

$$crd(2arc(AE)) = 2\ sgm(EH)$$

وَ

$$crd(2\ arc(AG)) = 2\ sgm(GI).$$

لِنفْتَرِضِ الآن أنّ سَطْحَي الدائِرَتَيْن (C_1) وَ (C_2) غيرُ مُتَعامِدَين، لا تَنْطَبِقُ عِنْدَئذٍ لا H وَ K ولا I وَ L ؛ ويكـــونُ المُثلّثـــان EHK وَ GIL مُتَـــشابِهَيْن[10] لأنّ الزاوِيَتَيْن angl(EKH) وَ angl(GLI) مُتَـــساوِيَتان (قائِمَتـــان)[11] و تَتَـــساوَى كذلك الزاوِيَتان[12] angl(HEK) وَ angl(IGL) وبالتالي فالزاوِيَتان الباقِيَتـــان angl(KHE) وَ angl(LIG) مُتَساوِيَتان أيضاً. وهذا ما يَسْتَتْبِعُ العلاقَةَ

$$\frac{sgm(EH)}{sgm(GI)}=\frac{sgm(EK)}{sgm(GL)},$$

ولكنّ

$$\frac{sgm(EH)}{sgm(GI)}=\frac{crd(2arc(AE))}{crd(2arc(AG))},$$

[9] انْظُرْ ص. ٤٤١ من *أصول* إقليدس

Livre XI, proposition 38, p. 441: “Si un plan est perpendiculaire à un autre plan, et si d’un point pris dans un de ces plans, on mène une perpendiculaire à l’autre plan, cette perpendiculaire tombera sur la section commune des plans”.

[10] انْظُرْ نَفْسَ المَرْجِعِ السابق، ص. ١٤٣-١٤٤

Livre VI, proposition 4: “Dans les triangles équiangles, les côtés autour des angles égaux sont proportionnels; et les côtés qui sous-tendent les angles égaux, sont homologues”.

[11] انْظُرْ نَفْسَ المَرْجِعِ السابق، ص. ٣٩٦

Livre XI, définition 3: “Une droite est perpendiculaire à un plan, lorsqu’elle fait des angles droits avec toutes les droites qui la rencontrent, et qui sont dans ce plan”.

[12] كلُّ واحدةٍ من الزاوِيَتين حادّةٌ وضِلْعاهما مُتَوازِيان ثُناءً.

وذلك لأنّ

$$sgm(EH) = Sin(arc(AE))$$[13]

ووَفْقَ التَحْديدِ

$$sgm(GI) = Sin(arc(AG)).$$

وهذا ما يَسْتَتْبِعُ العلاقةَ

$$\frac{crd(2arc(AE))}{crd(2arc(AG))} = \frac{sgm(EK)}{sgm(GL)}.$$

لقد أشارت ماري تريز ديبارنو إلى نتيجةٍ منسوبةٍ إلى ثابتٍ بن قُــرّة[١٤] تَتَطابَقُ مع القَضِيَّةِ ٣٤ وتُفضي هذه القَضِيَّةُ وَفْقَ ديبارنو إلى بُرْهــانٍ ظريــف لُمبَرْهَنَةِ مانالاوس. ولقد تَطَرَّقَت هيلين بيللوستا إلى نفسِ الموضوع[١٥].

[١٣] وَفْقَ التحديد لدينا

$$Sin(arc(AE)) = R.sin(arc(AE))$$

حيث نرمز بِ R إلى نصفِ قُطرِ الكُرَةِ.

[١٤] انْظُرْ:

Extrait du livre de Thābit-Ben-Korrah: *De la figure du quadrilatère et des rapports composés*, dans le *Traité du quadrilatère* (*Kitāb al-Shakl al-qaṭṭāʿ*) d'al-Ṭūsī, Islamic Mathematics and Astronomy, vol. 47. Traduction française d'Alexandre Pacha Caratheodory, Constantinople, 1891; réédition: Frankfurt, 1998, livre 5, page 200-201.

[١٥] انْظُرْ:

Hélène Bellosta, "Le Traité de Thābit ibn Qurra sur *La figure secteur*", *Arabic Sciences and Philosophy*, vol. 14, Number 1, March 2004, pp. 145-168.

ي - <شكل رقم ٣٥>

وإذ قدّمنا هذه المقدّمة، فلتتقاطع فيما بين قوسي ا ب ب جـ قوسا ا د جـ هـ على نقطة و، ولتكن هذه القسيّ من الدوائر العظام التي تقع في الكرة، ولتكن كلّ قوس منها أقلّ من نصف دائرة؛

فأقول إنّ نسبة وتر ضعف قوس ا ب إلى وتر ضعف قوس ب هـ مؤلّفةٌ من نسبة وتر ضعف قوس ا د إلى وتر ضعف قوس د و ومن نسبة وتر ضعف قوس و جـ إلى وتر ضعف[4] قوس جـ هـ؛

وبرهان ذلك: أنّا نخرج من نقط ا هـ و أعمدةً على سطح دائرة قوس ب جـ، وهي أعمدة ا ز هـ حـ و ط ونجعل عمود و ط وسطاً في النسبة بين عمودَي ا ز هـ حـ؛ فتكون نسبة ا ز إلى هـ حـ مؤلّفةً من نسبة ا ز إلى و ط ومن نسبة و ط إلى هـ حـ، فأمّا نسبة عمود ا ز إلى عمود هـ حـ فقد بيّنا بالمقدّمة، أنّها كنسبة وتر ضعف قوس ا ب إلى وتر ضعف قوس ب هـ؛ وأمّا نسبة عمود ا ز إلى عمود و ط فكنسبة وتر ضعف قوس ا د إلى وتر ضعف قوس د و؛ وأمّا نسبة عمود و ط إلى عمود هـ حـ فنتبيّن أنّها كنسبة وتر ضعف قوس و جـ إلى وتر ضعف قوس جـ هـ؛ فنسبة وتر ضعف قوس ا ب إلى وتر ضعف قوس ب هـ مؤلّفة من نســبة وتر ضعف قوس ا د إلى وتر ضعف قوس و د ومن نســبة وتر ضعف قوس جـ و إلى وتر ضعف قوس جـ هـ.

وأقول أيضا إنّه على جهة التفصيل: تكون نسبة وتر ضعف / قوس ا هـ إلى وتر ضعف قوس ب هـ مؤلّفةً من نسبة <وتر> ضعف قوس ا و إلى وتر ضعف قوس و د، ومن نسبة وتر ضعف قوس جـ د إلى وتر ضعف قوس جـ ب. 83-ظ

وبرهان ذلك: أنّا نُخرج من نقط ا ب د إلى سطح دائرة قوس جـ و هـ أعمدة ا ز ب ك د ل ونجعل د ل وسطاً في النسبة بين عمودَي ا ز ب ك؛ فتكون نسبة عمود ا ز إلى عمود ب ك مؤلّفةً من نسبة عمود ا ز إلى عمود د ل ومن نسبة عمود د ل إلى عمود ب ك؛ فأمّا نسبة عمود ا ز إلى عمود ب ك فكنسبة وتر ضعف قوس ا هـ إلى وتر ضعف قوس ب هـ؛ وأمّا نسبة عمود ا ز إلى عمود د ل فكنسبة وتر ضعف قوس ا و إلى وتر ضعف قوس و د؛ وأمّا نسبة عمود د ل إلى عمود ب ك فهي كنسبة وتر ضعف قوس د جـ إلى وتر ضعف قوس جـ ب، كما تبيّن في المقدّمة التي قدّمنا؛ فنسبة وتر ضعف قوس ا هـ إلى وتر ضعف قوس هـ ب مؤلّفةٌ من نسبة وتر ضعف قوس ا و إلى وتر ضعف قوس و د، ومن نسبة وتر ضعف قوس جـ د إلى وتر ضعف قوس جـ ب. وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[4] كُتب على الهامش: "ونبدأ على الترتيب وامّا على <العكس>، فنسبة وتر <ضعف قوس ألف ها> إلى وتر ضعف قوس با ها مؤلّفة من نسبة وتر ضعف قوس <ألف واو> إلى وتر ضعف قوس واو دال ومن نسبة وتر ضعف قوس جيم دال إلى وتر ضعف قوس جيم با"؛

الشَرْح الرِياضِيّ

الفَصْلُ العاشِر

القَضِيَّة ٣٥

لِتَكُنْ arc(AB) وَ arc(BC) وَ arc(AD) وَ arc(EC) أربعَ قِسيٍّ من دَوائرَ عظيمةٍ غيرِ موجودةٍ ثُناءً في سَطْحٍ مُشتركٍ واحد ولتَكُنْ كُلُّ واحدةٍ من تِلْكَ القِسيِّ أصغرَ من نِصْفِ مُحيطِ دائِرَةٍ عُظْمَى ولتَقَعِ النُقْطَةُ E على arc(AB) والنُقْطَةُ D على arc(BC) . إذا ما تَقاطَعَتِ القَوْسان arc(EC) وَ arc(AD) على نُقْطَةٍ F، تَتَحَقَّقُ عِنْدَئذٍ العلاقتان

1) $$\frac{crd(2arc(AB))}{crd(2arc(BE))}=\frac{crd(2arc(AD))}{crd(2arc(DF))}\cdot\frac{crd(2arc(FC))}{crd(2arc(CE))},$$

2) $$\frac{crd(2arc(AE))}{crd(2arc(BE))}=\frac{crd(2arc(AF))}{crd(2arc(FD))}\cdot\frac{crd(2arc(DC))}{crd(2arc(CB))}.$$

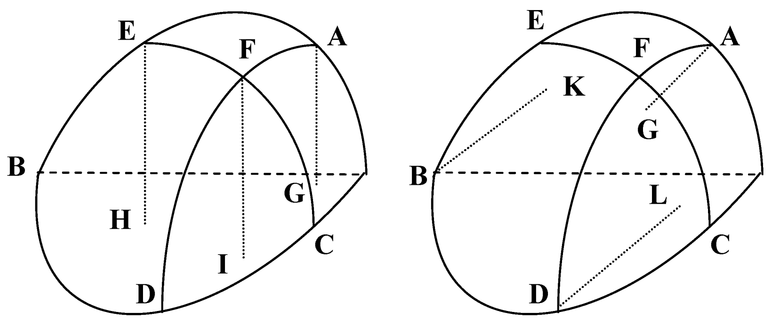

Fig. 2 **Fig. 3**

البُرْهان:

١) لِنُخْرِجْ مـــن النقـــاطِ A وَ E وَ F الأعْمِـــدَةَ sgm(AG) وَ sgm(EH) وَ sgm(FI) على سَطْحِ دائِرَةِ cercle(BC) (انْظُرِ الشَكْلَ ٢)، فَيَكونُ لَدَيْنا وَفْقَ القَضِيَّةِ ٣٤

$$\frac{sgm(AG)}{sgm(EH)}=\frac{crd(2arc(BA))}{crd(2arc(BE))},\quad \frac{sgm(AG)}{sgm(FI)}=\frac{crd(2arc(DA))}{crd(2arc(DF))},$$

وَ

$$\frac{sgm(FI)}{sgm(EH)}=\frac{crd(2arc(CF))}{crd(2arc(CE))}.$$

وإذا استَخْدَمْنا المُتَطابِقَةَ

$$\frac{sgm(AG)}{sgm(EH)}=\frac{sgm(AG)}{sgm(FI)}\cdot\frac{sgm(FI)}{sgm(EH)}$$

نحصلُ على العلاقةِ

$$\frac{crd(2arc(AB))}{crd(2arc(BE))}=\frac{crd(2arc(AD))}{crd(2arc(DF))}\cdot\frac{crd(2arc(FC))}{crd(2arc(CE))}.$$

٢) لِنُخْرِجْ من النقـــاطِ A وَ B وَ D الأعْمِـــدَةَ sgm(AG) وَ sgm(BK) وَ sgm(DL) على سَطْحِ دائِرَةِ cercle(CF) (انْظُرِ الشَكْلَ ٣)، فيكونُ لدينا وَفْقَ القَضِيَّةِ ٣٤

$$\frac{sgm(AG)}{sgm(BK)}=\frac{crd(2arc(AE))}{crd(2arc(EB))},\quad \frac{sgm(AG)}{sgm(DL)}=\frac{crd(2arc(AF))}{crd(2arc(FD))},$$

وَ

$$\frac{sgm(DL)}{sgm(BK)} = \frac{crd(2arc(DC))}{crd(2arc(CB))}.$$

وإذا استَخْدَمْنا المُتَطابِقَةَ

$$\frac{sgm(AG)}{sgm(BK)} = \frac{sgm(AG)}{sgm(DL)} \cdot \frac{sgm(DL)}{sgm(BK)},$$

نحصلُ على

$$\frac{crd(2arc(AE))}{crd(2arc(BE))} = \frac{crd(2arc(AF))}{crd(2arc(FD))} \cdot \frac{crd(2arc(DC))}{crd(2arc(CB))}.$$

نَجِدُ نفسَ القَضِيَّةِ لَدَى مانالاوس ولكنّ البُرْهانَ مُخْتَلِفٌ (انْظُرِ الحاشِيَةَ ١).

يا – <شكل رقم ٣٦>

إذا كانت زاويتان من زوايا شكلين من الأشكال ذوات الأضلاع الثلاثة على بسيط كرةٍ متساويتين؛ وكانت زاويتان أُخريان من زواياهما إمّا متساويتين وإمّا مساويتين لزاويتين قائمتين إذا جُمعتا[٥]؛ فإنّ نسبة نظيرَي الضلعين اللّذين يوتّران الزاويتين[٦] المتساويتين إلى نظيرَي الضلعين اللّذين يوتّران الزاويتين الأُخريين المتساويتين[٧] أو المساويتين لقائمتين، هما نسبتان متساويتان، وعكس ذلك أيضا؛ وأعني بقولي نظير القوس الخطّ المستقيم الذي يوتّر ضعفها؛

فليكن شكلان ذوا ثلاثة أضلاع، عليهما ا ب ج د ه ز ولتكن الزاوية التي عند ا من أحدهما مساوية للزاوية التي عند د من الآخر؛ ولتكن الزاويتان منهما اللّتان عند نقطتَي[٨] ج ز إمّا متساويتين وإمّا مساويتين لزاويتين قائمتين<إذا جُمعتا>؛

فأقول إنّ نسبة نظير ا ب إلى نظير ب ج كنسبة نظير د ه إلى نظير ه ز[٩]؛ برهانه: أنّا نُخرج قوسَي ج ا ب ا إلى ح وَ ط[١٠]، ونجعل قوس ا ح مثل قوس د ز، وزاوية ا ح ط مساويةٌ لزاوية ه ز د؛ ونُخرج قوسَي ج ب ح ط حتى تلتقيا على نقطة ک فتكون قوس ا ط مساوية لقوس ه د وقوس ط ح لقوس ه ز؛ ولأنّ زاويَتَي ب ج ا ا ح ط إمّا متساويتان[١١] وإمّا مساويتان لزاويتين قائمتين إذا جُمعتا؛ يكون نظير قوس ج ک مساوياً[١٢] لنظير قوس ک ح؛ ولأنّ الصورة على ما هي عليه، تكون نسبة نظير قوس ط ح إلى نظير قوس ک ح مؤلّفةً من نسبة نظير قوس ط ا إلى نظير قوس ا ب، ومن نسبة نظير قوس ب ج إلى نظير قوس ج ک؛ ولكنّ نظير قوس ج ک مساوٍ لنظير قوس ک ح،

[٥] يتبيّن من هذا وممّا يلي أنّ المقصود زاويتان مساويتان لزاويتين قائمتين إذا جُمعتا وذلك رغم تكرار الخطأ المتمثّل باستعمال كلمة "قائمتان" عِوضاً عن كلمة "متساويتان".

[٦] الزاويتين: الزاويتان؛

[٧] الأُخريين المتساويتين: القائمتين؛

[٨] نقطتي: نقطة؛

[٩] زاي: دال؛

[١٠] ب ا إلى ح و ط: جيم با، ألف طا؛

[١١] متساويتان: قائمتين؛

[١٢] وضع الناسخ إشارة فوق كلمة "مساويا" وكتب على الهامش: "تبيّن ذلك في الشكل الثالث من هذا الفصل إذاً تدبّر"؛

فتكون نسبة نظير قوس ح ط إلى نظير قوس ک ج مؤلّفةً من نسبة نظير قوس ط ا إلى نظير قوس ا ب، ومن نسبة نظير قوس ب ج إلى نظير قوس ج ک؛ ونجعل ب ج وسطاً في النسبة بين ح ط وَ ج ک؛ فتكون أيضا نسبة نظير قوس ح ط إلى نظير قوس / ج ک مؤلّفة من نسبة نظير قوس ح ط إلى نظير قوس 84-و
ج ب، ومن نسبة نظير قوس ج ب إلى نظير قوس ج ک، فإذا طرحنا نسبة نظير قوس ج ب إلى نظير قوس ج ک من كلتا النسبتين تبقى نسبة نظير قوس ح ط إلى نظير قوس ب ج كنسبة نظير قوس ط ا إلى نظير قوس ا ب، وإذا بدّلنا أيضا تكون متناسبة؛ ولكن قوس ط ح مساوية لقوس ه ز، وقوس ا ط مساوية لقوس ه د، فنسبة نظير قوس ج ب إلى نظير قوس ا ب كنسبة نظير قوس ه ز إلى نظير قوس ه د؛ وأيضا فانّا نجعل الزاوية التي عند نقطة ا مساويةً للزاوية التي عند نقطة د، ولتكن نسبة نظير قوس ج ب إلى نظير قوس ا ب كنسبة نظير قوس ه ز إلى نظير قوس ه د، فأقول إنّ الزاويتين اللّتين عند نقطتَي ج ز إمّا متساويتان[١٣] وإمّا مساويتان <إذا جُمعتا> لزاويتين قائمتين،

وبرهانه، أنّا إذا عملنا مثل العمل المتقدّم كانت نسبة نظير قوس ج ب إلى نظير قوس ا ب كنسبة نظير ح ط إلى نظير ا ط، وإذا بدّلنا كانت أيضا متناسبة؛ فإذا كانت الصورة على ما هي عليه فإنّ نظير قوس ح ک يكون مساويا لنظير قوس ک ج، وتكون لذلك زاويتا ط ح ا ا ج ب اللّتان هما الزاويتان اللّتان عند نقطتي ج ز إمّا متساويتين[١٤] وإمّا مساويتين لزاويتين قائمتين إذا جُمعتا؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

[١٣] متساويتان: قائمتان؛
[١٤] متساويتين: قائمتين

الشَرْحُ الرِياضِيّ

الفَصْلُ الحادي عشر

تحديد:

نظيرُ القَوْسِ هو القطعةُ المُستقيمةُ الّتي تُوَتِّرُ ضِعْفَيْ تِلْكَ القَوْس.

القضية ٣٦ (قاعدة المقادير الأربعة)

لِيَكُن ABC وَ DEG مُثَلَّثين كُرَوِيَّيْن وليَكُن

$\text{angle}(A) = \text{angle}(D)$.

١) إذا تَساوَت الزاوِيتان $\text{angle}(C)$ وَ $\text{angle}(G)$ أو إذا كـــانَ مَجْموعُهمـــا مُساوياً لزاويتَيْن قائِمَتَيْن، تَتَحَقَّقُ عِنْدَئذٍ العلاقةُ

$$\frac{\text{hom}(AB)}{\text{hom}(BC)} = \frac{\text{hom}(DE)}{\text{hom}(EG)}.$$

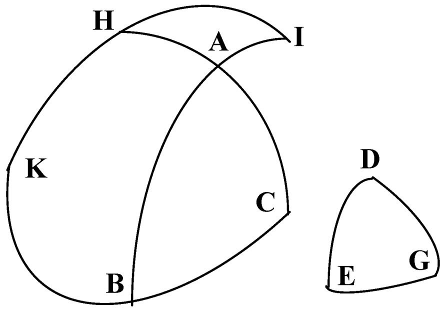

Fig. 4

٢) إذا تَحَقَّقَتِ العلاقةُ

$$\frac{\text{hom}(AB)}{\text{hom}(BC)} = \frac{\text{hom}(DE)}{\text{hom}(EG)},$$

فإمّا أن تَتَساوَى الزاوِيَتان $\text{angle}(C)$ وَ $\text{angle}(G)$ وإمّا أن يكونَ مَجْموعُهمـــا مُساوِياً لِزاوِيتَيْن قائِمَتَيْن (انْظُرِ الشَكْلَ الرابِعَ).

البُرْهان:

لنأخُذْ مُثلّثين كُرَوِيَّيْن ABC و DEG بحَيْثُ يكون

angle(A) = angle(D).

لنُطِل arc(CA) من جِهَةِ A حتّى النُقْطَةِ H بحَيْثُ تصيرُ قَوْسُ arc(AH) مُساويةً لقَوْسِ arc(DG) ولنُطِل arc(AB) من جِهَةِ A حتّى النُقْطَةِ I بحَيْثُ تصيرُ الزاويةُ angle(AHI) مُساويةً للزاوِيَةِ angle(EGD) ولنُطل arc(CB) وَ arc(IH) ترتيباً من جِهَتَي B وَ H وليَتَقاطَعا على نُقْطَةِ K. وَفْقَ القَضِيَّةِ ٢٨ (الحالة G_1)[١٦]، المثلّثان EGH وَ IHA مُتَساوِيَان، فإذاً

angl(AIH) = angl(E),

وَ

arc(HI) = arc(GE),

وَ

arc(IA) = arc(ED),

(انْظُرِ الشَكْلَ ٤).

١) لنفترض أوّلاً أنّ الزاويتَيْن angle(C) وَ angle(G) مُتَساوِيَتان، تكون إذاً الزاويتان angle(C) وَ angle(IHA) مُتَساوِيَتَيْن أيضاً لأنّ الزاوية angle(IHA) تساوي angle(G). ووَفْقَ القَضِيَّةِ العكسيّةِ للقَضِيَّة[١٧] ٢٤ يكونُ المَجْموعُ arc(HK) + arc(KC) مُساوِياً لنصفِ مُحيطِ دائِرَةٍ عُظْمَى، ولذلك فإنّ hom(HK) = hom(KC).

[١٦] انْظُرْ موسوعَةَ ابنِ هود: القضيّة ٢٨ (G1):

Les deux triangles sphériques ABC et DEG sont égaux si arc(AC) = arc(DG), angle(A) = angle(D) et angle(C) = angle(G).

[١٧] انْظُرْ موسوعة ابن هود: القضيّة ٢٤:

Si dans un triangle sphérique arc(AC) + arc(CB) = 2 drts alors extr(B) = angle(A).

لنَفْتَرِضِ الآن أنّ المَجْموعَ $angl(C) + angl(G)$ مُساوٍ لزاويتَيْن قائِمَتَيْن. فإذاً المَجْموعُ $angl(C) + angl(IHA)$ مُساوٍ أيضاً لزاويتَيْن قائِمَتَيْن لأنّ

$$angl(G) = angl(IHA),$$

ولكنّ المَجْموعَ $angl(CHK) + angl(IHA)$ مُساوٍ لزاويتَيْن قائِمَتَيْن، إذاً وَفْقَ القَضِيَّة[18] ٢١، يكونُ الضِلْعُ $arc(HK)$ من المُثَلَّثِ HKC مُساوياً للضِلعِ الآخَرَ $arc(KC)$ ولذلك يكونُ لهما نفسُ النظير. وبالتالي فإنّ $hom(HK)$ وَ $hom(KC)$ مُتَساوِيَان في الحالتَيْن أكانت الزاويتان مُتَساوِيَتَيْن أم كانتا بمَجْموعِهما مُساويتَيْن لزاويتَيْن قائِمَتَيْن. ووَفْقَ القَضِيَّةِ ٣٥ يكونُ لدينا

$$\frac{hom(IH)}{hom(KH)} = \frac{hom(IA)}{hom(AB)} \cdot \frac{hom(BC)}{hom(CK)}.$$

وبما أنّ $hom(CK) = hom(KH)$، يصيرُ لدينا

$$\frac{hom(IH)}{hom(CK)} = \frac{hom(IA)}{hom(AB)} \cdot \frac{hom(BC)}{hom(CK)},$$

ولذلك فإنّ

$$\frac{hom(IH)}{hom(BC)} = \frac{hom(IA)}{hom(AB)}$$

وإذا استَخْدَمْنا العلاقتَيْن $arc(IH) = arc(EG)$ وَ $arc(AI) = arc(ED)$ نحصلُ على

$$\frac{hom(EG)}{hom(BC)} = \frac{hom(ED)}{hom(AB)} \quad .$$

[18] انْظُرْ موسوعةَ ابنِ هود: القضيّتان ٢٠ وَ ٢١:
Dans un triangle sphérique ABC, on a:
$angle(A) = angle(B) \Leftrightarrow arc(AC) = arc(BC)$ (prop. nº 20 et nº 21).

وبالتالي فإنّ

$$\frac{\mathrm{hom(AB)}}{\mathrm{hom(BC)}} = \frac{\mathrm{hom(DE)}}{\mathrm{hom(EG)}} \; .$$

وبالعكس،

٢) لنفترضِ الآن أنّ لدينا العلاقة التالية

$$\frac{\mathrm{hom(AB)}}{\mathrm{hom(BC)}} = \frac{\mathrm{hom(DE)}}{\mathrm{hom(EG)}} \; .$$

لنستدلّ بنفسِ الأسلوبِ السابقِ. الضِلعان arc(DE) وَ arc(EG) من المثلّثِ EGD يُساويان، على الترتيب، الضِلعين arc(IA) وَ arc(IH) من المُثلّث BCA، يكون لدينا إذاً

$$\frac{\mathrm{hom(BC)}}{\mathrm{hom(AB)}} = \frac{\mathrm{hom(IH)}}{\mathrm{hom(IA)}} \; ,$$

أو ما يُعادِلُ

$$\frac{\mathrm{hom(IH)}}{\mathrm{hom(BC)}} = \frac{\mathrm{hom(IA)}}{\mathrm{hom(AB)}} \; .$$

وإذا ضربنا طَرَفَي النسبة بِ $\frac{\mathrm{hom(BC)}}{\mathrm{hom(CK)}}$ نحصلُ على

$$\frac{\mathrm{hom(IH)}}{\mathrm{hom(BC)}} \cdot \frac{\mathrm{hom(BC)}}{\mathrm{hom(CK)}} = \frac{\mathrm{hom(IA)}}{\mathrm{hom(AB)}} \cdot \frac{\mathrm{hom(BC)}}{\mathrm{hom(CK)}} \; .$$

ولكن استناداً إلى القَضِيَّة[١٩] ٣٥ يكونُ لدينا

[١٩] لكي يكونَ تطبيقُ القضيّةِ ٣٥ مشروعاً في ظلّ التشكيلةِ التي اعتمدَها مانالاوس وابنُ هود يجب أن نفترضَ أنّ كلّ واحدٍ من المجموعين arc(AH) + arc(CA) وَ

$$\frac{\text{hom(IA)}}{\text{hom(AB)}}\cdot\frac{\text{hom(BC)}}{\text{hom(CK)}}=\frac{\text{hom(IH)}}{\text{hom(KH)}},$$

فإذاً

$$\frac{\text{hom(IH)}}{\text{hom(KH)}}=\frac{\text{hom(IH)}}{\text{hom(BC)}}\cdot\frac{\text{hom(BC)}}{\text{hom(CK)}},$$

ولذلك فإنّ hom(KH) وَ hom(CK) مُتَساوِيَان.

وبالتالي، فإمّا arc(KH) = arc(CK) وإمّا المَجْموعُ arc(KH) + arc(CK) مساوٍ لنصفِ محيطِ دائرةٍ عظيمة. في الحالة الأولى، وَفْقَ القَضِيَّة ٢٠ (انْظُر الحاشِية ١٨) يكونُ مَجْموعُ الزاويتَيْن angle(IHA) وَ angle(C) مُساوياً لقائِمَتَيْن. وفي الحالةِ الثانيَةِ، وَفْقَ القَضِيَّة ٢٤ (انْظُرِ الحاشِية ١٧.) تكونُ الزاويتان angle(IHA) وَ angle(C) مُتَساوِيَيْن، وبالتالي فإنّ الزاويتَيْن angle(G) وَ angle(C) تكونان إمّا مُتَساوِيَتَيْن إمّا مساويتَيْن لقائِمَتَيْن إذا جُمِعَتا.

رغم التفاوتِ بالتسمية بين مُصطلحَي "النظير" عِنْدَ ابن هود و"الجيب" عِنْدَ مانالاوس، نَجِدُ في هذه القَضِيَّةِ شِبْهَ تطابُقٍ حَرْفِيٍّ في نَصّيِّ الكاتبَيْن. لنتناولِ الآن النصَّ المَنسوبَ إلى مانالاوس لهذه القَضِيَّة[٢٠].

---

arc(AB) + arc(AI) أصغرُ من نصفِ محيطِ دائرةٍ عظيمة، وهذا ما يعادلُ أن نفترضَ أنّ كلّ واحدٍ من المجموعين arc(DG) + arc(CA) وَ arc(AB) + arc(DE) أصغرُ من نصفِ محيط دائرةٍ عظيمة.

[٢٠] انْظُرْ ص. ٦٤–٦٥ من *كُرَوِيّات* مانالاوس–ابن عراق (القضية ٢، المقالة ٣).

"الشكل الثاني، إذا كانت زاويتان من زوايا شكلين من الأشكال ذوات الأضلاع الثلثة متساويتين؛ وكانت زاويتان أُخريان <من زواياهما> إمّا متساويتين وإمّا مساويتين إذا جُمعتا لزاويتين قائمتين، فإنّ نسبة جيبَي الضلعين اللّذين يوتّران الزاويتين المتساويتين <إلى جيبَي الضلعين الآخرين اللّذين يوتّران الزاويتين الأُخرَيَيْن المتساويتين> أو المساويتين لقائمتين <إذا جُمعتا>، هما نسبتان متساويتان، وعكس ذلك أيضا؛ فليكن شكلان ذوا ثلاثة أضلاع، عليهما ا ب جـ د هـ ز، ولتكن الزاوية التي عند ا من أحدهما مساوية للزاوية التي عند د من الآخر؛ ولتكن الزاويتان منهما اللّتان عند نقطتَي جـ ز إمّا متساويتين وإمّا مساويتين لزاويتين قائمتين <إذا جُمعتا>؛ فأقول إنّ نسبة جيب ا ب إلى جيب ب جـ كنسبة جيب د هـ إلى جيب هـ ز؛ <برهانه :> لأنّا نُخرج قوسَي جـ ا ح ب ا ط ونجعل قوس ا ح مساويةً لقوس د ز، وزاوية ا ح ط لزاوية هـ ز د؛ ونتمّم الصورة فتكون قوس ا ط مساوية لقوس د هـ، وقوس ط ح لقوس هـ ز؛ ولأنّ زاويَتَي ب جـ ا ا ح ط إمّا أن تكونا متساويَتَين، وإمّا مساويَتَين لزاويتين قائمتين إذا جُمعتا، يكون جيب قوس جـ ك مساوياً لجيب قوس ح ك؛ ولأنّ الصورة على ما هي عليه، تكون نسبة جيب قوس ك جـ إلى جيب قوس ب جـ مؤلّفةً من نسبة جيب قوس ك ح إلى جيب قوس ح ط ومن نسبة جيب قوس ط ا إلى جيب قوس ا ب؛ ولكنّ جيب قوس جـ ك مساوٍ لجيب قوس ك ح <فتكون نسبة جيب قوس ح ط إلى جيب قوس ب جـ كنسبةً جيب قوس ط ا إلى جيب قوس، ب ا> وإذا بدّلنا أيضا تكون متناسبة؛ ولكن قوس ح ط مساوية لقوس هـ ز، وقوس ا ط مساوية لقوس، د هـ، فنسبة جيب قوس جـ ب إلى جيب قوس ا ب كنسبة جيب قوس هـ ز إلى جيب قوس هـ د. أيضا فإنّا نجعل الزاوية <التي عند نقطة ا مساويةً للزاوية> التي عند نقطة د، ولتكن نسبة جيب قوس جـ ب إلى جيب قوس ا ب كنسبة جيب قوس هـ ز إلى جيب قوس هـ د، فأقول إنّ الزاويتين اللّتين عند نقطتي جـ ز إمّا أن تكونا متساويتين وإمّا أن تكونا إذا جُمعتا معادلتين لقائمتين؛ لأنّا إذا عملنا مثل العمل المذكور كانت نسبة جيب جـ ب إلى جيب ا ب كنسبة جيب ط ح إلى جيب ط ا، وأيضا إذا بدّلنا كانت متناسبة؛ وإذا كانت الصورة على ما هي عليه فإنّ جيب قوس ك ح يكون مساويا لجيب قوس ك جـ، وتكون لذلك زاويتا ط ح ا ا جـ ب اللّتان عند نقطتي جـ ز إما متساويتين وإما مساويتين إذا جُمعتا لزاويتين قائمتين؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

يوردُ ابنُ عراق تعليقاً على بُرْهانِ مانالاوس الواردِ في القضيةِ الـــسابقةِ فيكتبُ[٢١]:

وإذا تأمّل متأمّلٌ وقاس بين عملنا في الشكل المُغني وما عمله مانالاوس في الشكل القطّاع وكثرة ما يحتاج إليه من البراهين وعرف أنّه إذا كانت زاويتا ا د في المثلّثين متساويتين ونسبة جيب ب جـ إلى جيب ب ا كنسبة جيب هـ ز إلى جيب هـ د، علم بسرعة من غير إطالة كلام وشروع في البرهان سوى التقدّم في الشكل المغني الذي يقوم مقام الشكل القطّاع، أنّ زاويتَي ز جـ إذ جيباهما يكونان متساويين، إمّا متساويتان أو <معاً> معادلتان لزاويتين قائمتين،

شَرْحُ تعليقِ ابنِ عراق

وَفْقَ مُبَرْهَنَةِ الجيوبِ يكونُ لدينا[٢٢] (انْظُرِ الشَكْلَ ٤)

$$\frac{\text{Sin(angl(G))}}{\text{Sin(arc(DE))}}=\frac{\text{Sin(angl(D))}}{\text{Sin(arc(GE))}},$$

$$\frac{\text{Sin(angl(C))}}{\text{Sin(arc(AB))}}=\frac{\text{Sin(angl(A))}}{\text{Sin(arc(CB))}}.$$

ومن جهةٍ أُخرى لدينا

$$\text{angle(A)} = \text{angle(D)}$$

وَ

[٢١] انْظُرْ ص. ٦٥ من المَرْجِعِ السابق.

[٢٢] انْظُرِ الحاشِيةَ ٦.

$$\frac{\text{Sin(arc(GE))}}{\text{Sin(arc(DE))}} = \frac{\text{Sin(arc(CB))}}{\text{Sin(arc(AB))}}.$$

ولذلك فإنّ

$$\text{Sin(angl(G))} = \text{Sin(angl(C))};$$

وبالتالي فالزاويتان angle(C) وَ angle(G) مُتَساوِيَتان أو مُعادلتان لقائِمَتَيْن إذا جُمِعَتا.

من الواضحِ هنا أنّ تطبيقَ مُبَرْهَنَةِ الجيوب يُغنينا عن استخدامِ أبْنِيَةٍ إضافيّةٍ غيرِ ضروريّةٍ كان لا مَفَرَّ من استخدامِها لتوفيرِ شُروطِ إمكانِيَّةِ تطبيقِ مُبَرْهَنَةِ مانالاوس لحلِّ المَسْأَلَةِ المطروحة. وكما أشار ابنُ عراق، استناداً إلى قاعِدَةِ الجيوب، يُصبِحُ الأمرُ بديهِيّاً "من غيرِ إطالَةِ كلامٍ وشروعٍ في البُرهان".

الجامعة اللبنانية
كلية الهندسة
الفرع الاول

السيرة الذاتِيَّة

للدكتور :مُحمّد يوسُف الحُجيريّ

- الاسم : مُحمّد
- الكِنْيَة : الحُجيريّ
- اسم الأب : يوسُف
- الجنسيّة : لبنانيّ
- مكان وتاريخ الولادة : مولود في بلدة عرسال (قضاء بعلبك) في الثامن من آذار العام ١٩٥٦ .
- مكان ورقم القَيْد : عرسال ٢٣٢ (شمالي)
- محلّ الإقامة : طرابلس – مستديرة الملعب البلديّ، بناية سنتر الملعب البلديّ، طابق أوّل.
- تلفون (شخصيّ) : ٧٠٤٠٦٨ (٠٣) أو ٢٠٥١٩٢(٠٦)
- الوضع العائليّ : متأهّل، أبٌ لأربعة أوّلاد

للمراسلات والاتصالات (عنوان العمل):
كُليّة الهندسة – الفرع الأوّل – طرابلس
القبة – شارع الأرز

Mohamad AL-HOUJAIRI,
Université Libanaise, Faculté de Génie I, Tripoli-Liban
Tel.: (00961)-6-385088, Fax: (00961)-6-385089.
E-mail:, houjairi@hotmail.com

• الخبرة في التعليم الجامعيّ

① تشرين أوّل ١٩٨٨ – أيلول ١٩٩٩ : مُتَعاقِد متفرّغ في كُليّة الهندسة– الفرع الأوّل.

② أيلول ١٩٩٩– وحتّى الآن : أستاذ محاضر في ملاك الجامعة اللبنانيّة، كُليّة الهندسة– الفرع الأوّل.

• العمل الحالي : أستاذ مادّة الرياضيّات في كُليّة الهندسة–الفرع الأوّل (طرابلس).

• حيازة الشهادات :

① حائز على شهادة التعليم الثانوي اللبنانيّة (فرع الرياضيّات)سنة ١٩٧٥ من ثانوية رأس بعلبك الرسميّة.

② (١٩٧٦–١٩٨٢) شهادة ماجستير *(Master of science)* في العلوم الرياضيّة بدرجة ممتاز من الاتحاد السوفيتي.

③ حائز على شهادة الكفاءة في تعليم الرياضيّات من الاتحاد السوفيتي في سنة ١٩٨٢.

④ (١٩٨٢–١٩٨٧) حيازة دكتوراه (.Ph.D) في العلوم الفيزيائيّة – الرياضيّة من معهد الرياضيّات ومركز الإحصاء التابع لأكاديميّة العلوم السوفيتيّة (فرع مولدافيا السوفييتيّة) سنة ١٩٨٧، بالاختصاص التالي: المنطق الرياضيّ، والجبر، ونظريّة الأعداد. وتحمل أطروحة الدكتوراه العنوان التالي:

"Algèbres de Bol des couples involutifs de rang 1"

⑤٢٠٠٥ حيازة دكتوراه ثانية في فلسفة وتاريخ العلوم والتقنيّة من جامعة باريس ٧. موضوع الأطروحة: الهندسة الكُرويّة في موسوعة ابن هود الرياضيّة المعروفة *بالاستكمال*.

• المنشورات العلميّة : أربع عشرة مقالة في مجال الرياضيّات وفلسفتها وتاريخها، منشورة في مجلّات وكتب علميّة مختلفة:

1) ARTICLES SCIENTIFIQUES

1. AL-HOUJAIRI Mohamad. Algèbres de Bol, associées aux couples symétrique so(n+1)/so(n). Collection "Matériaux de la 7ème conférence des jeunes savants". Issue de 12 Juillet 1984 pp. 16-18. Institut de l'information scientifique et technique de l'U.R..S.S (en russe)

2. AL-HOUJAIRI Mohamad. Les algèbres de Bol, associées aux espaces de courbure constante Collection : "Problèmes des tissus et des quasigroupes ". Issue de 1985. pp 20-

25. Edition de l'Université de Kalinin. (en russe)

3. AL-HOUJAIRI Mohamad. Algèbres de Bol, associées aux couples symétriques su(n+1)/s(u(n) ⊕ u(1)). Collection "Travaux de la 8ème conférence des jeunes savants". Série Math., Ph., Ch. Issue du 25 mai 1985. pp. 179-182. Institut de l'information scientifique et technique de l'U.R.S.S (en russe)

4. AL-HOUJAIRI Mohamad. Algèbres de Bol, associées aux couples symétriques sp(n+1)/sp(n) ⊕ sp(1).Collection "Travaux de la 9ème conférence des jeunes savants". Série Math., Ph., Ch. Issue du 25/9/86. pp.9-11. Institut de l'information scientifique et technique de l'URSS.(en russe)

5. AL-HOUJAIRI Mohamad. Algèbres de Bol, associées aux couples involutives su(n+1)/s(u(n) ⊕ u(1)), sp(n+1)/sp(n) ⊕ sp(1), f_4 /so(9). Collection " Tissus et quasigroupes Université d'Etat de Kalinin. Issue de 1987. pp 10-13. (En russe)

6. AL-HOUJAIRI Mohamad, Système numérique de la mécanique déterministe, Journal Scientifique Libanais, vol.4, N 2, 2003, pp.87-93.

7. AL-HOUJAIRI Mohamad, les géométries non euclidiennes et le cinquième postulat. Dans le Livre Recherches sur la tradition scientifique arabe; actes de la «Rencontre Syro-Linanaise de Recherche sur la Tradition Scientifique Arabe». Publication de l'Université Libanaise, section des études historiques, XLVI, Beyrouth, 2004 (en arabe)

8. AL-HOUJAIRI Mohamad, FARÈS Nicolas. Classification des systèmes triples de Lie de dimension 3 sur le corps $\mathbb{C}$. Journal Scientifique Libanais, vol.4, N 1, 2003, pp.129-137.

9. AL-HOUJAIRI Mohammed, Déterminisme et conventionnalisme dans la construction des systèmes numériques. Dans le livre « De Bagdad à Paris, Hommage à Roshdi Rashed », édité sous la direction de Régis Morelon et Ahmad Hasnaoui, Paris 2006, Institut du Monde Arabe.

10. AL-HOUJAIRI Mohamad, Sur quelques théorèmes sphériques dans le livre d'al-Istikmāl d'Ibn Hūd. Dans le livre « L'histoire des sciences arabes, Interaction scientifique des cultures », Beyrouth - Liban 2007.

11. Roshdi Rashed et Mohamad Al-Houjairi, "Sur un théorème de géométrie sphérique: Théodose, Ménélaüs, Ibn 'Irāq et Ibn Hūd", Arabic Sciences and Philosophy, vol. 20, N° 2, 2010, p. 207-253.

12. M. Bernard, N. Moubayed, M. Al-Houjairi, "A Survey on the periodic Hyperbolic Functions". A.M.S.E. Advances in Modelling & Analysis, A Mathematical, 2011 – Vol. 48, N° 2, pp 15-26.

13 Mohamad Al-Houjairi, "SUR LES COMMENTAIRES DES THEORÈMES III-1 ET III-22

DE MÉNÉLAÜS DANS AL-*ISTIKMĀL* D'IBN HŪD" ACTAS de la ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS, CORDOBA - REPUBLICA ARGENTINA, 2012, TOMO XV, pp 11-25.

14 Mohamad Al-Houjairi, "SUR L'HISTOIRE DU CINQUIÈME POSTULAT D'EUCLIDE". J. HANDASSA, ORDER OF ENGINEERS & ARCHITECTS OF TRIPOLI – SCIENTIFIC COMITTEE. JULY, 2012, PP. 38-47.

• **المؤلفات** : خمسة كتب تمّ نشرها في لبنان بإذن رئيس الجامعة اللبنانيّة وقد صدرت عن " دار المعارف العمومية "*M.C.G.*" و دار الشمال والجامعة اللبنانيّة وهي تحت العناوين التالية:

2) LIVRES PUBLIÉS

1. AL-HOUJAIRI M. Analyse mathématique I. Fonctions réelles d'une seule variable. Recueil d'exercices et de problèmes avec rappel de cours. Tripoli - Liban, 1993. Edition M.C.G. 175 pages

2. AL-HOUJAIRI. M., MOUKADDEM.N. Analyse mathématique II. Fonctions de plusieurs variables réelles. Recueil d'exercices et de problèmes avec rappel de cours. Tripoli-Liban, 1994. Edition de M.C.G. 415 pages.

3. AL-HOUJAIRI.M.,ZIADÉ M. Les Bases de l'Analyse. Corps ℝ Suites Numériques réelles. Tripoli-Liban, 1998. Edition de M.C.G. 256 pages.

4. AL-HOUJAIRI.M.,EL-ETER B. Introduction à la théorie des probabilités. Cours et Exercices Résolus. Tripoli - Liban, 1999. Edition de DAR EL-CHIMAL. 420 pages.

5. AL-HOUJAIRI M., FAEÈS N. Recherches sur la Tradition Scientifique Arabe. Actes de la "Rencontre Syro-Libanaise de Recherche sur Tradition Scientifique Arabe", Beyrouth, 20-21 janvier 2000. Publications de l'Univ. Libanaise, Section des études historiques XLVI, Beyrouth, 2004

• **الخبرات المهنيّة والفنيّة**

① تدريس مادّتَي التحليل الرياضيّ والجبر في كُليّة العلوم–الفرع الثالث(١٩٨٩–١٩٩٠)

② تدريس مادّة المنطق الرياضيّ في كُليّة الآداب–الفرع الثالث (في قسم الفلسفة، ١٩٩٠–١٩٩٢)

③ تدريس مادّة " مدخل إلى علم الإحصاء " في كُليّة الحقوق والعلوم السياسيّة والإداريّة الفرع الثالث (١٩٩٦–١٩٩٧)

④ تدريس المواد التالية الذكر في كُليّة الهندسة :

Analyse mathématique I(1988-2011); Analyse mathématique II(1988-2011); Analyse mathématique III(1988-1995, 2009); Analyse mathématique IV(1988-1995, 2009);

Géométrie différentielle(1988-2011); Probabilités et statistiques(1989-1991) Algèbre I (1994-1995) et Algèbre II(1993-1994)

⑤ إتقان استعمال الحاسوب والبرامج المتداوَلة في مجال المعلوماتيّة مثـــل (*DOS, WINDOWS, WORD, EXCEL,..*) وإتقان استعمال البرامج الرمزيّــة الرياضــيّة مثــل(*MATHEMATICA, MAPLE,..*).

• <u>اتقان اللّغات</u> :

① العربيّة : اللّغة الأم. باستطاعتي تدريس كافّة مواد الرياضيّات وتاريخها وفلسفة العلوم باللّغة العربيّة وقد سبق وقمت بذلك في كلّيَتَي الآداب (منطق رياضيّ) والحقوق والعلوم الــسياسيّة والإداريّة (علم الإحصاء الوصفيّ).

② الفرنسيّة : لغة الدراسة والتدريس، ولي أربعة كتبٍ في مجال الرياضيّات وُضــعت باللّغــة الفرنسيّة، إضافةً لوضعي رسالة دكتوراه باللّغة الفرنسيّة.

③ الروسيّة : لغة الدراسة، أتقن هذه اللّغة وقد وضعت فيها رسالتَيِ الماجستير والدكتوراه.

④ الإنكليزية، الإيطالية، الأسبانية، البلغارية، البولندية والألمانية : أستطيع أن أفهم نصّاً علميّاً مكتوباً (في مجال الرياضيّات).

• <u>نشاطات أخرى</u> :

① ساهمت بناءً على تكليف رسميّ من معالي وزير التعليم المهنيّ والتقنيّ وبطلب من حضرة عميد كُليّة الهندسة بوضع برامج مناهج الرياضيّات لشهادتّي الـ **BT** و الـ **TS** بمختلف فروعهما.

② ساهمت بناءً على تكليف من حضرة عميد كُليّة الهندسة بوضع برامج مناهج الرياضيّات في هذه الكُليّة .

③ عضو في الجمعية اللبنانية لتاريخ العلوم العربيّة وفي "فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي"، (أمين سرّ الجمعية ومسؤول اللّجنة العلميّة للفريق ومسؤول عن تحرير النشرة التي يصدرها الفريق). الفريق المذكور هو فريق علميّ استشاريّ لدى المجلس الوطنيّ للبحوث العلميّة، ويضمّ حوالى ثلاثين باحثاً من مختلف الجامعات العاملة في لبنان. كما أنّه يضمّ عدداً

من الأساتذة العاملين في جامعات أوروبيّة وأمريكيّة.

④ ترجمة كتب الأستاذ رشدي راشد:"الأعمال الرياضيّة للسِجْزِيّ – الجزء الأوّل، ٢٠٠٨"، والمجلّدين الثاني والرابع (حوالى ٢٠٠٠ صفحة) من الكتاب الموسوعي "الرياضيّات التحليلية– ابن الهيثم، ٢٠١١". منشورات مركز دراسات الوحدة العربيّة. وذلك إضافةً إلى المساهمة في ترجمة موسوعة العلوم العربيّة من اللّغة الفرنسيّة إلى العربيّة – منشورات مركز دراسات الوحدة العربيّة.

⑤ عضو اللّجنة العلميّة المكلّفة رسميًا بالإشراف على "اللّقاء السوري–اللبنانيّ حول البحث في التراث العلميّ العربيّ الذي عُقد في بيروت في ٢٠–٢١ كانون الثاني ٢٠٠٠. وقد كُلِّفت رسميًا من قبل الأمين العام للمجلس الوطنيّ للبحوث العلميّة بتنسيق وإعداد كتاب ملخّصات اللقاء المذكور.

⑥ مشاركة في المدرسة الدوليّة لتاريخ العلوم منذ العصور القديمة وحتى القرن الثالث عشر في جامعة المنصورة – مصر من ١٩٩٩/١/٢٣ إلى ١٩٩٩/٢/٧ بإشراف المركز الدوليّ للرياضيات البحتة والتطبيقيّة.

⑦ المشاركة في الاجتماع العلميّ الثالث عشر الذي أقيم في بيروت في ٢–٤ تشرين الثاني ١٩٩٩ و تقديم بحث في هذا المؤتمر بالمشاركة مع الزميل الدكتور نقولا فارس تحت عنوان:

AL-HOUJAIRI Mohamad, FARÈS Nicolas.
Classification des systèmes triples de Lie de dimension 3 sur le corps $\mathbb{C}$. Abstracts of "The 13th Science Meeting, Novenber 2-4, 1999, pp. 156

⑧ المشاركة في "اللّقاء السوري–اللبنانيّ حول البحث في التراث العلمي العربي الذي اقيم في بيروت في ٢٠–٢١ كانون الثاني ٢٠٠٠. وتقديم بحث علمي في هذا اللقاء تحت عنوان: "الهندسات اللاإقليديّة والمصادرة الخامسة"

⑨ الإشراف العلمي :

a) *Direction en DEA Modélisation et calcul intensif. AUPELF – UREF, Université Libanaise, Université Saint – Joseph en partenariat avec : Université de Reims, Université de Rennes – IRISA et École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Étudiant : Roukos El Hage. Projet : « Mise en œuvre de la géométrie de Lobatchevsky modélisée par le disque de Poincaré ». Décembre 2000.*

b) ***Codirection d'une thèse doctorale, dans le cadre d'une convention entre l'Université Libanaise et l'Université de Technologie de Troyes. Directeur de thèse : prof. Eric Chatelet; Thésard : Mazan El Falou ; Titre des travaux : Modèles de fiabilité et de maintenance de systèmes industriels prenant en compte les incertitudes des données.***

⑩ المساهمات في النشاطات والمؤتمرات والمدارس العلميّة الدوليّة التالية:

1) AL-HOUJAIRI Mohamad. Discours: "Déterminisme et conventionnalisme dans la construction des systèmes numériques". Colloque international, lundi 15 – mardi 16 mai 2000 "Mathématiques et Philosophie, Interactions". Institut Français d'Etudes Arabes de Damas.

2) AL-HOUJAIRI Mohamad. Discours: «L'école scientifique de Sharaf aldeen al-toussi», «40th SCIENCE WEEK – Celebration of The Arab Scientist SHARAF ALDEEN AL-TOUSSI». Syria – Auditoria of The University of Tachreen, 4 – 9 November 2000.

3) AL-HOUJAIRI Mohamad. Discours: «Histoire des géométries non-euclidiennes et du cinquième postulat d'Euclide» Colloque international «Sciences et Philosophie arabes: méthodes, problèmes et cas ». Carthage, 28 novembre – 2 décembre 2000. Carthage, Beït Al-Hikma. Organisé par la Société internationale d'histoire des sciences et des philosophies arabes et islamiques(S.I.H.S.P.A.I.) et l'Académie tunisienne des sciences des lettres et des arts.

4) AL-HOUJAIRI Mohamad. Discours: «Les racines des géométries non-euclidiennes et les essais de démonstration du cinquième postulat», Colloque annuel XXII sur l'histoire des sciences arabes, Alep 23-25 septembre 2001, Institut de patrimoine scientifique arabe.

5) AL-HOUJAIRI Mohamad Discours: « Sur quelques théorèmes de la géométrie sphérique du livre d'*al-Istikmāl* d'Ibn Hūd ». Colloque international « Les Sciences Arabes et La Modernité Classique en Europe, Damas, 2-4 novembre 2002 », Institut Supérieur des Sciences Appliquées et de Technologies - Barzé. Ambassade de France en Syrie – Service de Coopération et d'Action Culturelle.

6) AL-HOUJAIRI Mohamad Discours: « Sur quelques problèmes de la géométrie sphérique du livre d'al-Istikmâl d'Ibn Hūd ». Colloque « Fourth Conference : The Role of the Arab Moslem Science on the Western Scientific Achievements» Irbed - Jordanie 14-16 décembre 2002. Colloque organisé par la Société jordanienne d'histoire des

sciences.

7) AL-HOUJAIRI Mohamad. Discours: « Sur la géométrie sphérique dans le livre encyclopédique d'IBN HŪD» Colloque international « Identité culturelle des sciences et des philosophies arabes : auteurs, œuvres et transmissions», Namur-Bruxelles, 15-18 janvier 2003. Colloque organisé par l'Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-arts de Belgique (Fondation Ochs-Lefebvre) et par la Société Internationale d'Histoire des Sciences et des Philosophies arabes et islamiques (SIHSPAI)

8) AL-HOUJAIRI Mohamad. Discours: «L'empreinte de Ménélaüs dans quelques théorèmes sphériques d'ibn Hūd (partie 1) », Colloque annuel XXIV sur l'histoire des sciences arabes, Alep 21-23 octobre 2003, Institut de patrimoine scientifique arabe.

9) AL-HOUJAIRI Mohamad. Discours: «L'empreinte de Ménélaüs dans quelques théorèmes sphériques d'Ibn Hūd (partie 2)», Colloque ''Fifth Conference of Jordanian Society for the History of Science : « Abu Bakr Mohammad Ibn al-Hassan Al-Kraji »'', Amman – Jordan, 2 – 3 october 2004.

10) AL-HOUJAIRI Mohamad. Discours: «Sur le théorème de Ménélaüs et ses applications dans les Sphériques de *l'Istikmāl* d'Ibn Hūd ». VII^{e} Colloque international de la «société internationale d'Histoire des Sciences et des Philosophies Arabes et Islamiques ». Florence, 16-18 février 2006, Facoltà di Scienza della Formazione, via del Parione 7.

11 AL-HOUJAIRI Mohamad. Discours: « Sur une proposition sphérique remarquable de *l'Istikmāl* d'Ibn Hūd » Colloque international **« La Démonstration de l'antiquité à l'âge classique ». Paris, 3-6 juin 2008, Université Paris, U.F.R. de Philosophie.**

12 Participation à l'École Internationale d'Été sur l'Histoire des Mathématiques, organisée par le Centre de Recherche HSM, Histoire des Sciences en Méditerranée « Centro di Ricerca sulla Storia del Pensiero Scientifico del Mediterraneo "Tommaso Cornelio » ; en collaboration avec le Département des Mathématiques de l'Université de la Calabria, le Département des Mathématiques de l'Université de Milan et le Centre d'Histoire des Sciences et des Philosophies Arabes et Médiévales (le C.N.R.S. – France et l'Université Paris-VII). L'École avait lieu à San Giovanni in Fiore, Centro Florens, en Calabria, Italie (27 août – 14 septembre 2007)

13 Participation avec deux discours, à la "Deuxième École d'Histoire Conceptuelle des Mathématiques", Cordoba – Argentine, 23-27 novembre 2010.

14 Participation au 30ème congrès d'histoire des sciences arabes, à l'Institut d'Histoire des Sciences Arabes à Alep avec un discours: "Sur la valeur épistémologique due à la découverte du théorème des sinus dans la tradition arabe", Alep 5-7 décembre 2010.

15 Participation à la formation de formateurs aux Technologie de l'information : *TRANSFER* – BEYROUTH, du 26 au 30 janvier 2009. L'atelier a été organisé par l'AUF et le CNRS-Liban.

16 Participation (comme chercheur invité) avec un discours au Séminaire « Sciences et philosophie, de l'antiquité à l'âge classique », (*Les Sphériques)* Université Paris 7 ; 13 juin 2009.

17 Participation à la troisième édition du Forum de Fès sur l'Alliance des civilisations et la diversité culturelle sous le thème : Médias et communication: Enjeux et défis du troisième Millénaire. Fès, les 15-16-17 novembre 2009.

18 Publication d'un article, sous le titre: "RECHERCHE ET ENSEIGNEMENT EN EUROPE", dans "Lettre du Bureau Moyen-Orient". Agence Universitaire de la Francophonie, numéro 55, mai 2010, cahier spécial: "Les sciences arabes", page 9.

19. Participation avec deux discours, à la "Troisième École d'Histoire Conceptuelle des Mathématiques", Ubatuba – Sao Paulo, Brésil, 09-14 avril 2012.